

АПРИОРНЫЕ ОЦЕНКИ РЕШЕНИЙ СМЕШАННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ВЛАСОВА-ПУАССОНА В БЕСКОНЕЧНОМ ЦИЛИНДРЕ

@ А.Л.Скубачевский
skublector@gmail.com

УДК 517.957

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2022-09-28.28.

Рассмотрена первая смешанная задача для системы уравнений Власова–Пуассона, описывающей кинетику высокотемпературной плазмы в термоядерном реакторе при воздействии внешнего магнитного поля. Получена априорная оценка для решения данной смешанной задачи с компактными по пространственным переменным носителями функций плотности распределения заряженных частиц.

Ключевые слова: уравнения Власова–Пуассона, смешанная задача, внешнее магнитное поле, априорные оценки решения

A priori estimates of solutions to a mixed problem for the Vlasov–Poisson system in infinite cylinder

We consider the first mixed problem for the Vlasov–Poisson system describing a kinetics of high temperature plasma in a fusion reactor with external magnetic field. It was obtained a priori estimate of solutions of this problem with compact supports of distribution functions with respect to space variables.

Keywords: the Vlasov–Poisson equations, mixed problem, external magnetic field, a priori estimates

В работе рассматривается первая смешанная задача для системы Власова–Пуассона с внешним магнитным полем относительно вектор-функции $\{\varphi, f^+, f^-\}$, рассматриваемой в области $Q \times \mathbb{R}^3 \times (0, T)$. Здесь $Q = G \times \mathbb{R}$, $G \subset \mathbb{R}^2$ — ограниченная область с границей $\partial G \in C^\infty$, $\varphi = \varphi(x, t)$ — потенциал самосогласованного электрического поля в точке $x \in Q \subset \mathbb{R}^3$ в момент времени $t \in (0, T)$, $f^+ = f^+(x, v, t)$ ($f^- = f^-(x, v, t)$) — функция плотности распределения положительно заряженных ионов (отрицательно заряженных электронов) в точке $x \in Q$ со скоростью $v \in \mathbb{R}^3$ в момент времени $t \in (0, T)$. Предполагается, что $\varphi|_{\partial Q \times (0, T)} = 0$ и $f^\pm|_{t=0} = f_0^\pm(x, v)$.

Эта задача описывает кинетику высокотемпературной плазмы в пробочной ловушке. Если достаточно большое число заряженных частиц

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-00392.

Скубачевский Александр Леонидович, д.ф.-м.н., профессор, РУДН (Москва, Россия); A.L.Skubachevskii (RUDN University, Moscow, Russia)

попадает на стенку реактора, то либо реактор разрушается, либо плазма остывает и термоядерный синтез прекращается. Поэтому возникает проблема удержания плазмы на некотором расстоянии от стенки реактора. С точки зрения дифференциальных уравнений нам требуется найти решение смешанной задачи для системы уравнений Власова–Пуассона с компактными носителями функций плотности распределения $f^\pm(\cdot, v, t)$ в области Q . Существование таких решений обеспечивается влиянием внешнего магнитного поля определенной структуры, см. [1].

Доказано, что в случае достаточно сильного внешнего магнитного поля, направленного по оси цилиндра Q , решение смешанной задачи для системы уравнений Власова–Пуассона $\{\varphi, f^+, f^-\}$ с компактными по x носителями функций плотности распределения f^\pm удовлетворяет априорной оценке

$$\max_{0 \leq t \leq T} \|\nabla \varphi(\cdot, t)\|_{C(\overline{Q})} \leq c_1 \max_{\beta=\pm} \|f_0^\beta\|_{C(\overline{Q} \times \mathbb{R}^3)},$$

где $c_1 > 0$ не зависит от f_0^β .

Литература

1. *Скубачевский А.Л.* Уравнения Власова–Пуассона для двухкомпонентной плазмы в однородном магнитном поле // УМН, **69:2** (2014), 107-148.