ОБ ОДНОЙ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ЧАПЛЫГИНА В ПРИЗМАТИЧЕСКОЙ НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

@ С.З. Джамалов, Х.Ш. Туракулов

siroj63@mail.ru, hamidtsh87@gmail.com

УДК 517.956.6

DOI: 10.33184/mnkuomsh1t-2021-10-06.71.

Краткая аннотация. В данной статье изучаются методами " ε -регуляризации" и априорных оценок с применением преобразования Фурье однозначная разрешимость обобщенного решения одной нелокальной краевой задачи для трехмерного уравнения Чаплыгина в призматической неограниченной области.

Ключевые слова: трехмерная уравнения Чаплыгина, нелокальная краевая задача, корректность задачи, преобразование Фурье, методы " ε -регуляризации" и априорных оценок.

On a nonlocal boundary value problem for the three-dimensional Chaplygin equation in a prismatic unbounded domain

Short abstract. In this paper we study, the unique solvability of the generalized solution of one nonlocal boundary value problem for the three-dimensional Chaplygin equation in a prismatic unbounded domain by the methods of " ε -regularizations", and a priori estimates using the Fourier transform.

Keywords: for the three-dimensional Chaplygin equation, nonlocal boundary value problem, correctness of a problem, methods of " ε -regularizations" and a priori estimates, Fourier transforms.

В данной работе с использованием результатов работ [1]-[3] изучаются однозначная разрешимость обобщенного решения одной нелокальной краевой задачи для трехмерного уравнения Чаплыгина в призматической неограниченной области.

В области

$$Q = (-\alpha, \beta) \times (0, T) \times \mathbb{R} = \\ = Q_1 \times \mathbb{R} = \{(x, t, z); x \in (-\alpha, \beta), 0 < t < T < +\infty, z \in \mathbb{R}\},$$

Джамалов Сирожиддин Зухриддинович, д.ф.-м.н., в.н.с, Институт математики АН.РУз, (г.Ташкент, Узбекистан); Dzhamalov Sirojiddin Zuxriddinovich (Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, DSc)

Туракулов Хамидулло Шамсиддинович, докторант PhD, Институт математики АН.РУз, (г.Ташкент, Узбекистан); Turaqulov Khamidullo Shamsidinovich (Institute of Mathematics, Uzbekistan Academy of Sciences, PhD student)

рассмотрим уравнение Чаплыгина:

$$Lu = K(x)u_{tt} - \Delta u + a(x, t)u_t + c(x, t)u = f(x, t, z), \quad (1)$$

где $xK(x) > 0$, при $x \neq 0$, $-\alpha < x < \beta$, $\Delta u = u_{xx} + u_{zz}$ - оператор Лапласа.

Пусть все коэффициенты уравнения (1) достаточно гладкие функции в области Q .

Нелокальная краевая задача. Найти обобщенное решение $u(x, t, z)$ уравнения (1) из пространства $W_2^{2,3}(Q)$, удовлетворяющее следующим краевым условиям

$$\gamma D_t^p u|_{t=0} = D_t^p u|_{t=T}, \quad (2)$$

$$\eta D_x^p u|_{x=-\alpha} = D_x^p u|_{x=\beta}, \quad (3)$$

при $p = 0, 1$, где $D_y^p u = \frac{\partial^p u}{\partial y^p}$, $D_y^0 u = u$, γ, η -некоторые постоянные числа, отличные от нуля, величины которого будет уточнены ниже.

Определение. Обобщенным решением задачи (1)-(3) будем называть функцию $u(x, t, z) \in W_2^{2,3}(Q)$, удовлетворяющее почти всюду уравнению (1) с условиями (2)-(3).

Теорема. Пусть выполнены следующие условия для коэффициентов уравнения (1); $2a(x, t) + \mu K(x) > \delta_1 > 0$, $\mu c(x, t) - c_t(x, t) > \delta_2 > 0$, для всех $(x, t) \in \bar{Q}_1$, где $\mu = \frac{2}{T} \ln |\gamma| > 0$ при $|\gamma| > 1$, $|\eta| \geq 1$, $a(x, 0) = a(x, T)$, $c(x, 0) = c(x, T)$. Тогда для любой функции $f \in W_2^{1,3}(Q)$, такой, что $\gamma \cdot f(x, 0, z) = f(x, T, z)$, существует единственное обобщенное решение задачи (1)-(3) из пространства $W_2^{2,3}(Q)$.

Здесь через $W_2^{l,s}(Q)$, обозначено гильбертово пространство с нормой

$$\|u\|_{W_2^{l,s}(Q)}^2 = (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |\lambda|^2)^s \cdot \|\hat{u}(x, t, \lambda)\|_{W_2^l(Q_1)}^2 d\lambda, \quad (A)$$

где $W_2^l(Q_1)$ пространства Соболева, s, l - любые конечные положительные целые числа, а норма в пространстве Соболева $W_2^l(Q_1)$, определяется следующим образом

$$\|\vartheta\|_{W_2^l(Q_1)}^2 = \sum_{|\alpha| \leq l} \int_{Q_1} |D^\alpha \vartheta|^2 dx dt,$$

α - это мультииндекс, D^α -есть обобщенная производная по переменными x и t , а через

$$\hat{u}(x, t, \lambda) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, t, z) e^{-i\lambda z} dz$$

обозначено преобразование Фурье по переменным z , функции $u(x, t, z)$.
Замечание. Результат справедливо для многомерного уравнения Чаплыгина.

Литература

1. Джамалов.С.З. Об одной нелокальной краевой задаче с постоянными коэффициентами для многомерного уравнения смешанного типа первого рода.// Вестник Самарского государственного технического университета, **21**:4 (2017),с. 1–14.
2. Джамалов.С.З., Ашуров.Р.Р. О гладкости одной нелокальной краевой задачи для многомерного уравнения Чаплыгина в пространстве.// Казахский математ журнал, **18**:2 (2018),с. 59–70.
3. Джамалов С.З., Ашуров Р.Р., Туракулов Х.Ш. Об одной полунелокальной краевой задаче для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченной призматической области.//Вестник КРАУНЦ, **32**:2 (2021),с. 18–27.