МЕТОДЫ ТЕОРИИ ВОЗМУЩЕНИЙ В ЗАДАЧЕ О ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ РЕЗОНАНСЕ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ГАМИЛЬТОНОВЫХ СИСТЕМ

© М.Г. Юмагулов, Л.С. Ибрагимова, А.С. Белова

yum_tg@mail.ru, lilibr@mail.ru, 89177662488@mail.ru

УДК 517.938

DOI: 10.33184/mnkuomsh1t-2021-10-06.88.

Предлагаются новые формулы первого приближения в задаче о возмущении дефинитных и индефинитных мультипликаторов линейных периодических гамильтоновых систем. Предлагаемые формулы приводят к новым признакам устойчивости по Ляпунову линейных периодических гамильтоновых систем в критических случаях. Полученные результаты сформулированы в терминах исходных уравнений и доведены до эффективных формул и алгоритмов.

Ключевые слова: гамильтонова система, устойчивость, параметрический резонанс.

First approximation formulas in the problem of perturbation of definite and indefinite multipliers of linear Hamiltonian systems

New formulas of the first approximation are proposed in the problem of perturbing definite and indefinite multipliers of linear periodic Hamiltonian systems. The proposed formulas lead to new criteria according to the Lyapunov stability for linear periodic Hamiltonian systems in critical cases. The results obtained are formulated in terms of the original equations and brought to effective formulas and algorithms.

Keywords: Hamiltonian system, stability, parametric resonance.

Рассматривается линейная периодическая гамильтонова система (ЛГПС)

$$\frac{dx}{dt} = JA_0(t)x, \quad x \in R^{2N}, \quad (1)$$

где $A_0(t)$ – вещественная симметрическая матрица, элементы которой являются непрерывными и T -периодическими функциями, а матрица J определена равенством: $J = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{bmatrix}$; здесь I – единичная $(N \times N)$ матрица.

Юмагулов Марат Гаязович, д.ф.-м.н., профессор, БашГУ (Уфа, Россия); Marat Yumagulov (Bashkir State University, Ufa, Russia)

Ибрагимова Лилия Сунагатовна, к.ф.-м.н., доцент, БашГУ (Уфа, Россия); Liliya Ibragimova (Bashkir State University, Russia)

Белова Анна Сергеевна, аспирант, БашГУ (Уфа, Россия); Anna Belova (Bashkir State University, Russia)

В докладе обсуждаются вопросы о сильной устойчивости (см., например, [1, 2]) системы (1), а также связанные с ними вопросы о поведении дефинитных и индефинитных мультипликаторов этой системы при переходе от (1) к возмущенной ЛПГС вида:

$$\frac{dx}{dt} = JA(t, \varepsilon)x, \quad x \in R^{2N}, \quad (2)$$

зависящей от скалярного или векторного параметра ε . Здесь $A(t, \varepsilon)$ – вещественная симметрическая матрица, элементы которой являются непрерывными и T -периодическими по t функциями и непрерывно дифференцируемо зависят от малого параметра ε . При этом выполнено равенство: $A(t, 0) \equiv A_0(t)$.

Основное внимание в докладе будет уделено вопросу о построении формул первого приближения для возмущений кратных мультипликаторов системы (1) в следующих основных случаях, когда эта система имеет:

- 1) кратный (кратности 2) полупростой мультипликатор μ_0 так, что $|\mu_0| = 1$ и $\mu_0 \neq \pm 1$;
- 2) кратный (кратности 2) неполупростой мультипликатор μ_0 так, что $|\mu_0| = 1$ и $\mu_0 \neq \pm 1$;
- 3) мультипликатор 1 или -1 кратности 2.

Полученные формулы первого приближения для возмущения мультипликатора μ_0 используются для изучения задачи анализа устойчивости по Ляпунову ЛПГС (2). Полученные результаты являются развитием результатов [3].

Литература

1. Якубович В. А., Старжинский В. М. *Параметрический резонанс в линейных системах*. (М.: Наука, 1987) 328 с.
2. Meyer K., Hall G. and Offin D. *Introduction to Hamiltonian Dynamical Systems and the N-Body Problem*. 2nd ed. // vol. 60 of Applied Mathematical Sciences. (Springer, New York, 2009).
3. Yumagulov M.G., Ibragimova L.S., Belova A.S. *Approximate research of problems on perturbation of periodic and autonomous Hamiltonian systems in critical cases.* // Lobachevskii J Math 41, 1924–1931 (2020).