РЯДЫ КВАЗИПОЛИНОМОВ С ПОЛОЖИТЕЛЬНЫМИ ПОКАЗАТЕЛЯМИ И СВЯЗЬ С ИНТЕРПОЛЯЦИЕЙ

@ А.М. Гайсин, Р.А. Гайсин

gaisinam@mail.ru, rashit.gajsin@mail.ru

УДК 517.53

DOI: 10.33184/mnkuomsh1t-2021-10-06.40.

Изучается связь между сходимостью последовательности полиномов из экспонент с вещественными показателями в некоторой полуплоскости и интерполяционностью последовательности показателей в смысле Павлова–Коревара–Диксона.

Ключевые слова: последовательности полиномов из экспонент, интерполяционные последовательности, условие Левинсона

Series of quasipolynomials with positive exponents and relationship with interpolation

We study the relationship between the convergence of a sequence of exponential polynomials with real exponents in some half-plane and the interpolation of a sequence of exponents in the sense of Pavlov–Korevaar–Dickson.

Keywords: sequences of polynomials of exponentials, interpolation sequences, Levinson's condition

Пусть $\Lambda = \{\lambda_n\}$ — последовательность положительных чисел, имеющая конечную плотность. А.Ф. Леонтьевым было доказано следующее утверждение (см. [1], гл. II, §4):

Для того, чтобы для любой последовательности $\{a_n\}$ комплексных чисел, удовлетворяющих условию

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \frac{\ln |a_n|}{\lambda_n} < \infty,$$

существовала целая функция f экспоненциального типа, такая, что $f(\lambda_n) = a_n$ ($n \geq 1$), необходимо и достаточно, чтобы выполнялось любое из эквивалентных условий:

Гайсина Ахтар Магазович, д.ф.-м.н., главный научный сотрудник, ИМВЦ (Уфа, Россия); профессор, БашГУ (Уфа, Россия); Ahtjar Gaisin, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Chief Researcher, Institute of Mathematics with Computing Centre (Ufa, Russia); Professor, Bashkir State University (Ufa, Russia)

Гайсин Рашит Ахтарович, к.ф.-м.н., инженер-исследователь, ИМВЦ (Уфа, Россия); Rashit Gaisin, Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Research Engineer, Institute of Mathematics with Computing Centre (Ufa, Russia)

1) последовательность квазиполиномов

$$P_n(z) = \sum_{\lambda_\nu < r_s} \frac{a_\nu}{L'(\lambda_\nu)} e^{-\lambda_\nu z} \quad (s = 1, 2, \dots)$$

сходится внутри некоторой полуплоскости z : $\operatorname{Re} z > b$. Здесь r_s , $0 < r_s \uparrow \infty$ — радиусы окружностей, на которых целая функция

$$L(\lambda) = \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\lambda^2}{\lambda_n^2} \right)$$

удовлетворяет соответствующим оценкам снизу (см. [1], гл. II, §3, п. 1);

2) индекс конденсации последовательности Λ конечен.

Верна

Теорема 1. *Для того, чтобы последовательность Λ была интерполяционной в смысле Павлова–Коревара–Диксона (см. [2]), необходимо и достаточно, чтобы последовательность $\{P_n(z)\}$ сходилась внутри полуплоскости $\Pi_0 = \{z = x + iy: x > 0\}$, при этом сходится и ряд*

$$P(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{L'(\lambda_n)} e^{-\lambda_n z},$$

причем для предельной функции верна оценка $|P(z)| \leq H(x)$, $z = x + iy$, где $H(x)$ — некоторая убывающая при $x > 0$ функция, $H(x) \uparrow \infty$ при $x \rightarrow 0+$, удовлетворяющая билогарифмическому условию Левинсона.

Литература

1. Леонтьев А.Ф. Последовательности полиномов из экспонент. — М.: Наука, 1980.

2. Гайсин Р.А. Интерполяционная задача Павлова–Коревара–Диксона с мажорантой из класса сходимости // Уфимский матем. журнал, **9**:4 (2017), 22–35.