ВЫЧИСЛЕНИЕ НОРМЫ ОПЕРАТОРА ХАРДИ НА КОНУСЕ ФУНКЦИЙ СО СВОЙСТВАМИ МОНОТОННОСТИ

@ Э. Г. Бахтигареева, М. Л. Гольдман.

bakhtigareeva-eg@rudn.ru, seulydia@yandex.ru

УДК 517.98

DOI: 10.33184/mnkuomsh1t-2021-10-06.2.

В работе представлено явное описание нормы оператора Харди на конусе функций со свойствами монотонности.

Ключевые слова: математика, функциональный анализ, теория операторов.

Calculation of the norm of the Hardy operator on the cone of functions with monotonicity properties

We present explicit description of the norm for the Hardy operator on the cones.

Keywords: mathematics, functional analysis, operator theory.

Пусть $-\infty \leq a < b \leq +\infty$, $0 < p \leq \min\{q, r\}$, $X = L_{p\beta}(a, b)$, $Y = L_{q\gamma}(a, b)$,

$$A_{r\mu}[f](x) = \left(\int_{(a,x]} |f|^r d\mu \right)^{1/r}, \quad x \in (a, b),$$

где β, γ, μ - неотрицательные борелевские меры на (a, b) . Пусть функция k положительна и непрерывна на (a, b) ; Ω_k - конус функций со свойствами $\Omega_k := \{f \in X : f \geq 0, f(t)/k(t) \downarrow; f(t) = f(t-0), t \in (a, b)\}$; $\Omega_{k,0} := \{k\chi_{(a,t)} : a < t < b\}$. Обозначим

$$\|A_{r\mu}\|_{\Omega_k} := \sup \{\|A_{r\mu}f\|_Y : f \in \Omega_k; \|f\|_X \leq 1\}.$$

Теорема 1. *В приведенных условиях, если $\|k\chi_{(a,b)}\|_X = \infty$, то справедливо равенство*

$$\|A_{r\mu}\|_{\Omega_k} = \|A_{r\mu}\|_{\Omega_{k,0}} := \sup_{t \in (a,b)} \{\|A_{r\mu}[k\chi_{(a,t)}]\|_Y \| [k\chi_{(a,t)}] \|_X^{-1}\}.$$

Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации, госзадание №075-03-2020-223/3 (ФССФ-2020-008) и выполнена в Российском университете дружбы народов.

Бахтигареева Эльза Гизаровна, к.ф.-м.н., ст.преподаватель, Российский университет дружбы народов (Москва, Россия); Elza Bakhtigareeva (RUDN University, Moscow, Russia)

Гольдман Михаил Львович, д.ф.-м.н., профессор, Российский университет дружбы народов (Москва, Россия); Goldman Mihail (RUDN University, Moscow, Russia)

Если $\|k\chi_{(a,b)}\|_X < \infty$, то справедливо равенство

$$\|A_{r\mu}\|_{\Omega_k} = \max \left\{ \|A_{r\mu}\|_{\Omega_{k,0}}, \|A_{r\mu} [k\chi_{(a,b)}] \|_Y \| [k\chi_{(a,b)}] \|_X^{-1} \right\}.$$

Литература

1. *Bakhtigareeva E.G., Goldman M.L.* Calculations of Norms for Monotone Operators on Cones of Functions with Monotonicity Properties // Lobachevskii J. Math, **42**:5 (2021), 857-874.