ХАРАКТЕРИЗАЦИЯ ДАННЫХ РАССЕЯНИЯ СИСТЕМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ОСОБЕННОСТЬЮ

@ М.Ю. Игнатьев

IgnatievMU@sgu.ru

УДК 517.984

DOI: 10.33184/mnkuomsh1t-2021-10-06.15.

Рассматриваются различные аспекты теории рассеяния для систем дифференциальных уравнений с особенностью. Основные результаты связаны с вопросами характеристики данных рассеяния.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения, спектральная теория, обратные задачи.

Characterization of scattering data for differential systems with a singularity

We consider some aspects of scattering theory for differential systems with a singularity. Main results concerns the problem of the characterization of scattering data.

Keywords: differential equations, spectral theory, inverse problems.

Пусть $\Psi = \Psi(x, \rho)$ – матрица, составленная из решений типа Вейля [1] следующей системы дифференциальных уравнений

$$y' = (\rho B + x^{-1}A + q(x))y \quad (1)$$

со спектральным параметром ρ , где A и B – постоянные $n \times n$, $n > 2$ матрицы, $B = \text{diag}(b_1, \dots, b_n)$, $b_1, \dots, b_n$ – различные ненулевые комплексные числа, причем никакие три из них не лежат на одной прямой.

Относительно матриц A и B мы будем предполагать выполненными те же условия, что в работе [1]. Предположим, кроме того, что дискретный спектр отсутствует, или, более точно, что $q(\cdot) \in G_0^p(\mathcal{S})$, $p > 2$ [1] для любого открытого сектора $\mathcal{S} \in \mathbb{C} \setminus \Sigma$, где:

$$\Sigma = \bigcup_{(k,j): j \neq k} \{\rho : \text{Re}(\rho b_j) = \text{Re}(\rho b_k)\}.$$

При выполнении указанных условий в каждой точке $\rho \in \Sigma' := \Sigma \setminus \{0\}$ существуют пределы $\Psi^\pm(x, \rho) = \lim_{\varepsilon \rightarrow +0} \Psi(x, \rho \pm i\rho\varepsilon)$. *Данными рассеяния*

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 20-31-70005).

Игнатьев Михаил Юрьевич, к.ф.-м.н., доцент, СГУ (Саратов, Россия); Mikhail Ignatiev (Saratov State University, Saratov, Russia)

назовем матрицу-функцию $v = v(\rho)$ такую, что $\Psi^+(x, \rho) = \Psi^-(x, \rho)v(\rho)$ при $\rho \in \Sigma'$. Рассмотрим *обратную задачу рассеяния*, состоящую в восстановлении *потенциала* $q(\cdot)$ по заданным данным рассеяния. Справедлива следующая теорема единственности.

Теорема 1. *Предположим, что потенциалы $q(\cdot)$ и $\tilde{q}(\cdot)$ таковы, что соответствующие им данные рассеяния $v(\rho)$ и $\tilde{v}(\rho)$ совпадают для всех $\rho \in \Sigma'$. Тогда $q(x) = \tilde{q}(x)$ п.в.*

Решение обратной задачи рассеяния может быть найдено с помощью конструктивной процедуры, центральную роль в которой играет решение при каждом $x \in (0, \infty)$ некоторого линейного уравнения в пространстве $L_2(\Sigma)$.

Основное внимание в докладе будет уделено вопросу характеристики данных рассеяния, т.е., нахождения условий, при выполнении которых заданная матрица-функция $v(\cdot)$ является данными рассеяния для некоторой системы вида (1).

Литература

1. *Ignatiev M. Yu.* On Weyl-type Solutions of Differential Systems with a Singularity. The Case of Discontinuous Potential // Mathematical Notes, **108**:6 (2020), 814-826.