НЕКОТОРОЕ ОБОБЩЕНИЕ ОСНОВНОЙ ЛЕММЫ ХАРТОГСА ОБ АНАЛИТИЧЕСКОМ ПРОДОЛЖЕНИИ ФУНКЦИЙ МНОГИХ КОМПЛЕКСНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ

@ С.А. Имомкулов, У.М. Собиров
sevdiyor_i@mail.ru, s_usmon2014@mail.ru

УДК 517.55

DOI: 10.33184/mnkuomsh1t-2021-10-06.44.

В данной работе рассматривается обобщение известной леммы Хартогса о голоморфном продолжении вдоль параллельных комплексных сечений. Доказывается вариант этой леммы для случая когда функция голоморфно продолжается вдоль фиксированного направления с конечным числом особых точек. В данном случае функция является голоморфным за исключением некоторого аналитического множества.

Ключевые слова: Голоморфные функции, аналитическое множество, особенности голоморфных функций, голоморфное продолжение

Some generalization of Hartogs's lemma about analytic extension of functions of several complex variables

In the present work there is considered a generalization of well-known Hartogs's lemma on holomorphic extension along parallel complex lines. It is proved a variant of this lemma when function admits holomorphic extension along fixed direction with finite number of singularities. In this case given function be holomorphic out of an analytic exceptional set.

Keywords: Holomorphic function, analytic set, singularity of holomorphic functions, holomorphic extension

Замечательная лемма Хартогса об аналитическом продолжении голоморфных функций вдоль фиксированного направления (см.[9]) является основополагающей леммой теории аналитического продолжения функции многих комплексных переменных.

Лемма Хартогса. Пусть функция $f(z, w)$ голоморфна в цилиндре

$$U \times V = \{z \in \mathbb{C}^n : |z| < 1\} \times \{w \in \mathbb{C} : |w| < 1\}$$

Имомкулов Севдиёр Акрамович, д.ф.-м.н., профессор, Институт математики имени В.И.Романовского Академии наук Республики Узбекистан (Ургенч, Узбекистан); Sevdiyor Imomkulov (V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics of Uzbekistan Academy of Sciences, Urgench, Uzbekistan)

Собиров Усмон Матякубович, Институт математики имени В.И.Романовского Академии наук Республики Узбекистан (Ургенч, Узбекистан); Usmon Sobirov (V.I.Romanovskiy Institute of Mathematics of Uzbekistan Academy of Sciences, Urgench, Uzbekistan)

и при каждом фиксированном $z^0 \in U$ функция $f(z^0, w)$ по переменному w голоморфно продолжается в большой круг $V_R = \{w \in \mathbb{C} : |w| < R\}$, $R > 1$.

Тогда функция $f(z, w)$ по совокупности переменных голоморфно продолжается в большой цилиндр $U \times V_R$. Лемма Хартогса имеет многочисленное обобщения и приложения в разных областях науки: в теоретической физике, томографии и т.д. (см. например [1-13])

Мы будем докажем следующую теорему.

Теорема 1. Пусть функция $f(z, w)$ голоморфно в цилиндре $U \times V \subset \mathbb{C}_z^n \times \mathbb{C}_w$ и при каждом фиксированном $z^0 \in U$ функция $f(z^0, w)$ голоморфно продолжается, по переменному w , в некоторой области $G \subset \mathbb{C}$, $G \supset V$, за исключением конечного числа особенностей. Тогда $f(z, w)$ голоморфно продолжается в области $(U \times G) \setminus A$, где $A \subset U \times \mathbb{C}_w$ некоторое аналитическое множество.

Литература

1. Chirka E. M., Ivashkovich S.M. On nonimbeddability of Hartogs figures into complex manifolds. Bull.Soc.Math. France. 134 (2), (2006), 261-267.
2. Chirka E. M. and Sadullaev A. On continuation of functions with polar singularities. Mat. Sb.(N.S.) 132(174) (1987), 383-390;
3. Chirka E.M. and Rosay J.P. Remarks on the proof of a generalized Hartogs lemma, Complex analysis and applications. Ann.Polon.Math.70. (1998), 43-47.
4. Chirka E.M., The generalized Hartogs lemma and the nonlinear $\bar{\partial}$ -equation. Complex analysis in modern mathematics, FAZIS, Moscow, (2001), 19-31.
5. Imomkulov S. A., "On holomorphic continuation of functions defined on a pencil of boundary complex lines", Izv. Math., **69**:2 (2005), 345-363.
6. Ivashkovitch S.M. The Hartogs-type extension theorem for the meromorphic maps into Kahler manifolds // Inv. Math. - 1992. - V. (109), 47-54.
7. Ivashkovitch S.M., Silva A. The Hartogs-type extension theorem for meromorphic mappings into q-complete complex spaces Bollettino dell'Unione Matematica Italiana, Serie 8, Vol. 2-B (1999), 251-261.
8. Marek Jarnicki, Peter Pflug. Separately Analytic Functions. European Math. Society Publishing House. Switzerland 2011.
9. Shabat B.V., Introduction to Complex Analysis, Part II, Moscow. Nauka. Fiz. Mat. Lit., 1985, 464, (Russian).
10. Siciak J. Separately analytic functions and envelopes of holomorphy of some lowerdimensional subsets of $\mathbb{C}^n$. Ann. Polon. Math. 22 (1969), 145-171.
11. Siciak J. Singular sets of separately analytic functions, Colloq. Math. 60/61 (1990), 281-290.
12. Zakharyuta V. Separate-analytic functions, generalized Hartogs theorems and hulls of holomorphy, Math. Coll., 101 (1976), 57-76.
13. Oktem O. Extension of separately analytic functions and applications to range characterization of the exponential Radon transform // Ann. Polon. Math. - (1998), 195-213.