МОДЕЛИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ

@ Л.Э.Хаймина, Л.И.Зеленина, Е.А.Деменкова, М.Е.Деменков,
Е.С.Хаймин, Д.Д.Хрипунов

l.khaimina@narfu.ru , *l.zelenina@narfu.ru* , *e.demenkova@narfu.ru*,
m.demenkov@narfu.ru , *e.khaymin@narfu.ru*, *khripunov.d@edu.narfu.ru*

УДК 519.2

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.96.

В статье рассматривается процесс моделирования временных рядов с учетом тренд-сезонных факторов, скрытых связей внутри данных, а также интегрированной модели авторегрессии. Представлены результаты проведенного исследования.

Ключевые слова: модель Хольта-Уинтерса, модель Тейла-Вейджа, модель Брауна, модель Бокса — Дженкинса, скрытая марковская модель.

Modeling and analysis of processes based on time series

The article discusses the process of modeling time series taking into account trend-seasonal factors, hidden relationships within the data, as well as an integrated autoregression model. The results of the conducted research are presented.

Keywords: Holt-Winters model, Body-Wage model, Brown model, Box — Jenkins model, hidden Markov model.

Прогнозирование на основе временных рядов производится посредством использования трендовых моделей, являющихся динамическими

Хаймина Людмила Эдуардовна, к.п.н., доцент, САФУ (Архангельск, Россия); Ludmila Haymina (Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk, Russia)

Зеленина Лариса Ивановна, к.т.н., доцент, САФУ (Архангельск, Россия); Larisa Zelenina (Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk, Russia)

Деменкова Екатерина Алексеевна, к.т.н., САФУ (Архангельск, Россия); Ekaterina Demenkova (Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk, Russia)

Деменков Максим Евгеньевич, к.т.н., доцент, САФУ (Архангельск, Россия); Maxim Demenkov (Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk, Russia)

Хаймин Евгений Сергеевич, ст.преп., САФУ (Архангельск, Россия); Evgeniy Haymin (Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk, Russia)

Хрипунов Даниил Дмитриевич, магистрант, САФУ (Архангельск, Россия); Daniil Hripunov (Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Arkhangelsk, Russia)

моделями, в которых развитие моделируемой системы отражается через тренд ее основных показателей [1,2]. При этом если выбранный временной ряд содержит квартальную статистику, а это значит присутствует зависимость сезонного характера, то возможно использование таких адаптивных моделей, как модели Брауна, Хольта-Уинтерса и Тейла-Вейджа. Модели Хольта-Уинтерса и Тейла-Вейджа учитывают тренд-сезонный фактор, модель Брауна является простой моделью, не учитывающей другие факторы. Остановимся на одной из них более подробно. Модель Хольта-Уинтерса:

$$y_{th} = (a_{0(t)} + \tau a_{1(t)})F_{t-l+\tau}, \quad (1)$$

где l – значение цикла сезонности, принимается $l=4$ при построении моделей по квартальной статистике и $l=1$ для годовой статистики.

Параметры a_0 , a_1 оцениваются МНК, затем осуществляется корректировка по формулам

$$a_{0(t)} = \frac{\lambda_1 y_t}{F_{t-1}} + (1 - \lambda_1)(a_{0(t-1)} + a_{1(t-1)}), \quad (2)$$

$$F_t = \frac{\lambda_2 y_t}{a_{0(t)}} + (1 - \lambda_2)F_{t-l}, \quad (3)$$

$$a_{1(t)} = \lambda_3(a_{0(t)} - a_{0(t-1)}) + (1 - \lambda_3)a_{1(t-1)}, \quad (4)$$

Для исследования нестационарных временных рядов широкое применение имеет интегрированная модель авторегрессии ARIMA (модель Бокса — Дженкинса) [3]:

$$\Delta^d X_t = c + \sum_{i=1}^p a_i \Delta^d X_{t-i} + \sum_{j=1}^q b_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t, \quad (5)$$

где ε_t — стационарный временной ряд; c , a_i , b_j — параметры модели; Δ^d — оператор разности временного ряда порядка d .

В процессе моделирования и прогнозирования финансовых временных рядов может быть использован метод скрытых марковских цепей. Данный алгоритм позволяет исследовать скрытые (ненаблюдаемые явно) связи внутри данных (по аналогии с нейронными сетями).

В исследовании в качестве исходных данных был выбран ряд, отображающий стоимость условного (минимального) набора продуктов питания по Архангельской области, включая Ненецкий автономный округ в рублях. Данные представлены за каждый месяц в период с 2002 по март 2021 год. Проверка временного ряда на стационарность на основе среднеквадратического отклонения и скользящего среднего показала

его нестационарность, поэтому было проведено дифференцирование ряда. Проведенная декомпозиция ряда на тренд и сезонные компоненты подтвердила наличие сезонности и тренда. Некоторые результаты проведенного исследования представлены ниже.

Рис. 2: Построенные модели Брауна и Хольта-Уинтерса

Рис. 3: Модели Тейла-Вейджа и ARIMA

Рис. 4: Результаты обучения (скрытая марковская модель)

Проведенная проверка построенных моделей на точность и адекватность позволила определить модель для прогнозирования исследуемого показателя.

Литература

1. *Афанасьев, В. Н.* Анализ временных рядов и прогнозирование / В.Н. Афанасьев, М.М. Юзбашев. - М.: Финансы и статистика, Инфра-М, 2015. - 320 с.

2. Бокс, Дж. Анализ временных рядов прогноз и управление. Выпуск 1 / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. - М.: Мир, 2017. - 408 с.
3. Бриллинджер, Д. Временные ряды. Обработка данных и теория / Д. Бриллинджер. - М.: [не указано], 2015. - 420 с.
3. Тимофеев Д.А., Самочадин А.В. Описание процессов разработки программ с помощью скрытых марковских моделей // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Информатика. Телекоммуникации. Управление. 2017. Т. 10. № 4. С. 70–77. DOI: 10.18721/JCSTCS.10406