ЭВОЛЮЦИЯ ТРЕЩИНЫ РОМБИЧЕСКОГО СЕЧЕНИЯ

@ С.С. Хабиров

salavat.s.khabirov@gmail.com

УДК 517.958; 532.5

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.95.

Выводится модель эволюции трещины ромбического сечения. На основе представлений о размерах трещины и прискважинной зоны получены два начальных условия, условие на подвижной границе и два условия на скважине. Эволюция трещины описывается квазилинейным параболическим уравнением.

Ключевые слова: эволюция трещины, начальные условия, граничные условия, квазилинейные параболические уравнения.

Evolution of a rhombic section fracture

A model of the evolution of a fracture with a rhombic section is derived. Based on ideas about the size of the fracture and the near-wellbore zone, two initial conditions, a condition at the moving boundary and two conditions at the well were obtained. The fracture evolution is described by a quasilinear parabolic equation.

Keywords: fracture evolution, initial conditions, boundary conditions, quasilinear parabolic equations.

При закачивании жидкости из скважины радиуса r , через перфорацию в пласт, образуется первичный жидкий объем толщиной l_0 вокруг обсадной колонны. За время Δt интенсивной закачки масса жидкости из скважины поступает в первичный объем с толщиной

$$l_0 = \sqrt{\frac{2r\Delta t Q_0}{\rho} + r^2} - r, \quad (1)$$

где Q_0 – массовый расход в скважине в единицу времени через единицу площади, ρ – плотность жидкости.

Трещину в пласте представляем как беспоровый объем с малой шириной $2a(t, x)$, фиксированной высотой $2b$ ($a \ll b$) и меняющейся длиной $l(t)$ ($l(0) = l_0$). Обозначая границу начальной области развития трещины через $a^0(x)$, получим

$$a^0(x) = \sqrt{l_0^2 - x^2 + 2r(l_0 - x)}. \quad (2)$$

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 18-29-10071 МК) и в рамках госзадания (№ 0246-2019-0052).

Хабиров Салават Салаватович, аспирант, Институт механики им. Р.Р. Мавлютова УФИЦ РАН (Уфа, Россия); Salavat S Khabirov (Mavlyutov Institute of Mechanics UFRC RAS, Ufa, Russia)

Краевую полуширину трещины на скважине обозначим через $a_0(t)$.

Контуром сечения трещины можно выбрать любую алгебраическую кривую второго порядка [1]. Самый простой вариант симметричного контура ограничен прямыми линиями. Тогда площадь сечения трещины S равна $2a_0(t)b$ при $x = 0$, $2a^0(x)b$ при $t = 0$, $2a(t, x)b$ при $x > 0, t > 0$. Тем самым определен симметричный ромб в сечении: $a(0, x) = a^0(x)$, $a(t, 0) = a_0(t)$.

Предполагаем, что в начальный момент деформация породы имеет вид одностороннего сжатия. По закону Гука деформация пропорциональна приложенному давлению, что, согласно [2], приводит к формуле

$$a_0(t) = r \sqrt{\left(\frac{P_{net}}{E'} + 1\right)^2 - 1}, \quad (3)$$

где $E' = E(1 - \nu)(1 + \nu)^{-1}(1 - 2\nu)^{-1}$, E – модуль Юнга, ν – коэффициент Пуассона, $P_{net}(t) = p_0(t) - \Sigma_0$ – избыточное давление жидкости при $x = 0$, $p_0(t)$ – давление жидкости в скважине при $x = 0$, Σ_0 – полное горизонтальное напряжение породы.

Используя решение краевой задачи о движении вязкой жидкости в трещине в квазистационарном случае из [1], получим второе условие на границе

$$a_x(t, 0) = [a_0(t)b(A_1 a_0(t) + A_2 b) - 6Q_0] \frac{a_0^2(t) + b^2}{a_0^3(t)b^3} \frac{2\nu(1 - \nu^2)b\rho}{E}, \quad (4)$$

где A_1, A_2 – произвольные постоянные.

На двигающемся конце трещины $l(t)$, используя соотношение на скачке течения $QS^{-1} - q = l'(1 - m)$ из [1], где q – величина скорости утечки жидкости гидроразрыва через берега трещины в породе, m – пористость породы, Q – расход жидкости в сечении скважины, получим краевое условие

$$l' = \frac{1}{1 - m} \left[\frac{1}{12} \left(A_1 a + A_2 b - \frac{a^2 b^2}{a^2 + b^2} \frac{E a_x}{2\nu(1 - \nu^2)b\rho} \right) - q \right]. \quad (5)$$

Из закона сохранения массы получено основное квазилинейное дифференциальное уравнение параболического типа

$$2ba_t + \frac{1}{6} \left(ab(A_1 a + A_2 b) - \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2} \frac{E a_x}{2\nu(1 - \nu^2)b\rho} \right)_x + 4q\sqrt{a^2 + b^2} = 0. \quad (6)$$

В качестве скорости фильтрации на границе используется автомодельный закон выведенный в работе [3]

$$q = \frac{C_2}{a} \left[1 - \exp \left(\sigma \left(p_\infty - p_0(t) - \frac{E}{2(1 - \nu^2)b} (a_x x + a) \right) \right) \right],$$

где $\sigma = 1/K_\rho + 1/K$, K_ρ , K – модули упругости, C_2 – эмпирический коэффициент, p_∞ – пластовое давление.

Итак, для уравнения (6) имеем начальные условия (1), (2) и краевое условие (5) на подвижной границе ($x = l(t)$) и два условия (3), (4) на границе $x = 0$. Из общей теории параболических уравнений существует решение, если коэффициенты уравнения не вырождаются ($a_0 \neq 0$), иначе возможны интервалы схлопывания или точки обострения [4].

Литература

1. Хабиров С.В., Хабиров С.С. Модели раскрытия трещины на основе точных решений уравнений Навье-Стокса // ПМТФ. 2019. Т. 60, № 2. С. 169–179.
2. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Теория упругости. М.: Наука, 1987. 248 с.
3. Хабиров С.В., Хабиров С.С. Автомодельный упругий режим фильтрации через подвижную границу // Многофазные системы. 2018. Т. 13, № 1. С. 64–72.
4. Самарский А.А., Гоактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений. М.: Наука, 1987. 480 с.