ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧИ О ПАРАМЕТРИЧЕСКОМ РЕЗОНАНСЕ В СИСТЕМАХ ЛУРЬЕ СО СЛАБОУСЦИЛЛИРУЮЩИМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

@ А.С. Белова

89177662488@mail.ru

УДК 517.938

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.10.

Предлагаются основанные на методах теории возмущений признаки устойчивости по Ляпунову линейных и нелинейных систем Лурье со слабосциллирующими параметрами. Основное внимание уделяется получению формул первого приближения для возмущений кратных дефинитных и индефинитных мультипликаторов линейных гамильтоновых систем и их приложениям в задаче исследования устойчивости. Эффективность предлагаемых формул иллюстрируется на примере задачи о параметрическом резонансе в системе связанных осцилляторов.

Ключевые слова: гамильтонова система, система Лурье, устойчивость, малый параметр, параметрический резонанс.

Investigation of the problem of parametric resonance in Lurie systems with weakly oscillating coefficients

Suggested method-based perturbation theory stability criteria according to Lyapunov linear and nonlinear Lurie systems with weakly oscillating parameters. The focus is on obtaining formulas for the first approximations for perturbations of multiple definite and indefinite multipliers of linear Hamiltonian systems and their applications in the problem stability studies. The effectiveness of the proposed formulas is illustrated on the example of the problem of parametric resonance in a system of coupled oscillators.

Keywords: Hamiltonian system, Lurie system, stability, small parameter, parametric resonance.

Рассматривается зависящая от малого параметра ε динамическая система, описываемая неавтономным уравнением

$$L\left(\frac{d^2}{dt^2}, t, \varepsilon\right)x = M\left(\frac{d^2}{dt^2}, t, \varepsilon\right)f(x); \quad (1)$$

Исследование выполнено в рамках государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (код научной темы FZWU-2020-0027).

Белова Анна Сергеевна, аспирант, БашГУ (Уфа, Россия); Anna Belova (Bashkir State University, Russia)

здесь L и M – операторные многочлены:

$$L(p, t, \varepsilon) = p^l + (a_1 + \varepsilon\varphi_1(t))p^{l-1} + (a_2 + \varepsilon\varphi_2(t))p^{l-2} + \dots + (a_l + \varepsilon\varphi_l(t)),$$

$$M(p, t, \varepsilon) = (b_0 + \varepsilon\psi_0(t))p^m + (b_1 + \varepsilon\psi_1(t))p^{m-1} + \dots + (b_m + \varepsilon\psi_m(t)), \quad (l > m);$$

функции $\varphi_1(t), \dots, \varphi_l(t), \psi_0(t), \dots, \psi_m(t)$ предполагаются непрерывными и T -периодическими по t , а коэффициенты a_j и b_j являются константами. Нелинейность $f(x)$ представима в виде:

$$f(x) = k_0 x + \delta(x), \text{ где } |\delta(x)| = O(x^2) \text{ при } x \rightarrow 0,$$

а k_0 – некоторая константа. Все входящие в уравнение (1) функции и коэффициенты предполагаются вещественными.

Уравнение (1) можно рассматривать как одноконтурную систему управления со слабосциллирующими параметрами. Отметим также, что системы вида (1) часто называют системами Лурье (см. [1, 2]).

Изучается вопрос об устойчивости линейного уравнения (1) в ситуациях, когда реализуются условия простого и комбинационного резонанса. Полученные результаты являются развитием результатов [3].

Литература

1. *Леонов Г.А.* Теория управления. СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2006.
2. *Красносельский А.М., Рачинский Д.И.* О гамильтоновости систем Лурье // *Авт. 2000.* № 8. С. 25 – 29.
3. *Юмагулов М.Г., Ибрагимова Л.С., Белова А.С.* Методы исследования устойчивости линейных периодических систем, зависящих от малого параметра // *Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз. Т. 163.* 2019. С. 113 – 126.