ОБ ОДНОЙ СИСТЕМЕ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕОДНОРОДНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С СУММАРНЫМИ ЯДРАМИ

@ С.Н. Асхабов

askhabov@yandex.ru

УДК 517.968

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.7.

Рассмотрена система неоднородных интегральных уравнений вольтерровского типа с суммарными ядрами и степенной нелинейностью, возникающих при решении некоторых задач гидроаэродинамики и других. В связи с указанными приложениями разыскиваются неотрицательные непрерывные на положительной полуоси решения этой системы. Методом весовых метрик доказана глобальная теорема о существовании и единственности решения во всем классе непрерывных неотрицательных на положительной полуоси функций.

Ключевые слова: интегральные уравнения, степенная нелинейность, суммарные ядра.

On a system of nonlinear inhomogeneous integral equations with sum kernels

A system of inhomogeneous integral equations of the Volterra type with sum kernels and power nonlinearity arising in the solution of some problems of hydroaerodynamics and others is considered. In connection with the indicated applications, nonnegative solutions of this system that are continuous on the positive semiaxis are sought. A global theorem on the existence and uniqueness of a solution in the entire class of continuous non-negative functions on the positive semiaxis is proved by the method of weighted metrics.

Keywords: integral equations, power nonlinearity, sum kernels.

В связи с приложениями в гидроаэродинамике, популяционной генетике и других (см., например, [1], [2]), в конусе

$$Q_{0,n} = \{u : u = \{u_i\}_{i=1}^n, u_i \in C[0, \infty) \text{ и } u_i(x) > 0 \text{ при } x > 0\}$$

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ в рамках реализации государственного задания в соответствии с Соглашением № 075–03–2021–071 от 29.12.2020.

Асхабов Султан Нажмудинович, д.ф.-м.н., профессор, ЧГУ имени А.А. Кадырова (Грозный, Россия); Sultan Askhabov (Kadyrov Chechen State University, Grozny, Russia)

разыскиваются решения системы нелинейных интегральных уравнений

$$u_i^\alpha(x) = \sum_{j=1}^n \int_0^x k_{ij}(x+t) \cdot u_j(t) dt + f_i(x), \quad \alpha > 1, \quad x > 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где ядро $k(x) = \{k_{ij}(x)\}_{i,j=1}^n$ и неоднородность $f(x) = \{f_i(x)\}_{i=1}^n$ удовлетворяют на $[0, \infty)$ условиям:

$$k_{ij} \in C[0, \infty), \quad k_{ij}(x) \text{ не убывают и } k_{ij}(x) > 0 \text{ при } x > 0, \quad (2)$$

$$f_i \in C[0, \infty), \quad f_i(x) \text{ не убывают и } f_i(0) \geq 0. \quad (3)$$

При условиях (2) и (3) получены точные двусторонние априорные оценки для любого решения системы (1) в конусе $Q_{0,n}$. Используя эти априорные оценки построен конусный отрезок инвариантный относительно нелинейного интегрального оператора с суммарным ядром, порожденным системой уравнений (1). При дополнительном условии, связывающем α , k_{ij} и f_i , методом весовых метрик (см., например, [1], [2, глава IV]) доказана глобальная теорема о существовании и единственности решения системы уравнений (1) в конусе $Q_{0,n}$. Показано, что на любом отрезке $[0, b]$, где $b > 0$ есть произвольное число, решение системы уравнений (1) может быть найдено методом последовательных приближений пикаровского типа и получена оценка скорости их сходимости к точному решению в терминах метрики построенного в данной работе полного весового метрического пространства. Тем самым обобщаются результаты работы [3] на случай систем нелинейных неоднородных интегральных уравнений с суммарными ядрами.

Литература

1. *Okrasinski W.* Nonlinear Volterra equations and physical applications // *Extracta Math.*, **4:2** (1989), 51–74.
2. *Асхабов С.Н.* Нелинейные уравнения типа свертки. — М.: Физматлит, 2009.
3. *Асхабов С.Н.* Об одном интегральном уравнении с суммарным ядром и неоднородностью в линейной части // *Дифференц. уравнения*, **57:9** (2021), 1210–1219.