УСЛОВИЯ ИНТЕГРИРУЕМОСТИ ПОЛУДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

@ А.В. Жибер, М.Н. Кузнецова

zhiber@mail.ru, mariya.n.kuznetsova@gmail.com

УДК 517.9

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.16.

Работа посвящена исследованию систем полудискретных уравнений $\bar{r}_{n+1,x} = \bar{h}(x, n, \bar{r}_n, \bar{r}_{n+1}, \bar{r}_{n,x})$ в рамках подхода, основанного на понятии характеристического кольца Ли. Здесь $\bar{r}_n = (r_n^1, r_n^2, \dots, r_n^N)$, $\bar{h} = (h^1, h^2, \dots, h^N)$, $n \in \mathbb{Z}$.

Ключевые слова: полудискретная система уравнений, характеристическое кольцо, x -интеграл, система, интегрируемая по Дарбу

Integrability conditions for semi-discrete systems of equations

The paper is devoted to the study of systems of semi-discrete equations $\bar{r}_{n+1,x} = \bar{h}(x, n, \bar{r}_n, \bar{r}_{n+1}, \bar{r}_{n,x})$ within the framework of an approach based on the concept of a characteristic Lie ring. .

Keywords: semi-discrete system of equations, characteristic ring, x -integral, Darboux integrable system

Работа посвящена исследованию систем полудискретных уравнений

$$\bar{r}_{n+1,x} = \bar{h}(x, n, \bar{r}_n, \bar{r}_{n+1}, \bar{r}_{n,x}) \quad (1)$$

в рамках подхода, основанного на понятии характеристического кольца Ли. Здесь $\bar{r}_n = (r_n^1, r_n^2, \dots, r_n^N)$, $\bar{h} = (h^1, h^2, \dots, h^N)$, $n \in \mathbb{Z}$.

Среди интегрируемых нелинейных уравнений и систем в частных производных в отдельный широкий класс выделены нелинейные гиперболические уравнения и системы, интегрируемые “по Дарбу”. Отличительным свойством таких уравнений является наличие интегралов по каждому характеристическому направлению (так называемых x - и y -интегралов). Уравнения и системы, интегрируемые “по Дарбу” эффективно поддаются исследованию и классификации при помощи характеристических колец Ли. В настоящее время алгебраический подход распространен на полудискретные и дискретные уравнения.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда №21-11-00006, <https://rscf.ru/project/21-11-00006/>.

Жибер Анатолий Васильевич, д.ф.-м.н., в.н.с., ИМВЦ УФИЦ РАН (Уфа, Россия); профессор БашГУ, УГАТУ (Уфа, Россия); Anatoliy Zhiber (Institute of Mathematics, Ufa Federal Research Centre RAS) (Bashkir State University, USATU, Ufa, Russia)

Кузнецова Мария Николаевна, к.ф.-м.н., снс, ИМВЦ УФИЦ РАН (Уфа, Россия); Maria Kuznetsova (Institute of Mathematics, Ufa Federal Research Centre RAS)

В работе [1] сформулирована гипотеза: система уравнений (1) обладает полным набором x - и n -интегралов, тогда и только тогда, когда характеристическое кольцо по каждому характеристическому направлению конечномерно.

В данной работе доказано, что система обладает N x -интегралами, независимыми в главном, тогда и только тогда, когда характеристическое кольцо Ли, соответствующее непрерывному характеристическому направлению, конечномерно.

Литература

1. *I.T. Habibullin, A.R. Khakimova* Characteristic Lie Algebras of Integrable Differential-Difference Equations in 3D // J. Phys. A: Math. Theor, **54**:29 (2021).