О ПОСТРОЕНИИ ЛЯПУНОВСКИХ ВЕЛИЧИН В ЗАДАЧЕ О БИФУРКАЦИИ АНДРОНОВА-ХОПФА В СИСТЕМЕ "РЕАКЦИЯ-ДИФФУЗИЯ"

@ Г.Р. Абушахмина
abushahmina@gmail.com

УДК 517.9

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.2.

Рассматривает построение Ляпуновских величин в задаче о бифуркации Андронова-Хопфа в системе "реакция-диффузия".

Ключевые слова: бифуркация, Ляпуновские величины.

On the construction of Lyapunov quantities in the Andronov-Hopf bifurcation problem in the reaction-diffusion system

Considers the construction of Lyapunov quantities in the Andronov-Hopf bifurcation problem in the reaction-diffusion system.

Keywords: bifurcation, Lyapunov quantities.

Рассматривается система "реакция-диффузия" (см., [1,2]), описываемая дифференциальным уравнением

$$\frac{dw}{dt} = A(\mu)w + K(\mu)\Delta w + h(w, \mu), \quad (1)$$

с граничными условиями Неймана

$$\frac{\partial w}{\partial n} \Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad (2)$$

где $w = w(x, y) = \begin{bmatrix} u(x, y) \\ v(x, y) \end{bmatrix}$, $A(\mu) = [a_{ij}(\mu)]$, $K(\mu) = [k_{ij}(\mu)]$ – квадратные вещественные матрицы порядка 2, гладко зависящие от скалярного параметра μ , при этом $k_{ij}(\mu) > 0$; $K(\mu)$ – матрица диффузии; нелинейность $h(w, \mu)$ начинается с квадратичных по w слагаемых. Δ – это оператор Лапласа: $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$.

Уравнение (1) имеет нулевое решение $w \equiv 0$. В данном докладе изучаются вопросы о бифуркации Андронова-Хопфа в окрестности этого решения. Основное внимание уделяется нахождению достаточных условий указанной бифуркации, а также вопросу построения соответствующих ляпуновских величин.

Абушахмина Гульфия Ринатовна, ст.преподаватель, БГМУ (Уфа, Россия);
Gulfiya Abushakhmina (Bashkir State Medical University, Ufa, Russia)

Для целых m, n определим матрицы

$$B_{mn}(\mu) = A(\mu) - (m^2 + n^2)K(\mu) \quad (3)$$

и функции

$$\varphi_{mn}(\mu) = B_{mn}(\mu), \quad \psi_{mn}(\mu) = \det B_{mn}(\mu). \quad (4)$$

Теорема 1. Пусть при некоторых целых m_0, n_0 выполнены соотношения: $\varphi_{m_0 n_0}(\mu_0) = 0$, $\varphi'_{m_0 n_0}(\mu_0) \neq 0$ и $\psi_{m_0 n_0}(\mu_0) > 0$. Тогда μ_0 является точкой бифуркации Андронова-Хопфа задачи (1), (2).

При доказательстве этой теоремы обсуждаются вопросы построения ляпуновских величин и показателей транскритичности (см., [3]).

Литература

1. Хэссард Б., Казаринов Н., Вэн И. Теория и приложения бифуркации рождения цикла. Пер. с англ. 1985. 280 с.
2. Братусь А.С., Новожилов А.С., Платонов А.П. Динамические системы и модели биологии. 2010. 436 с.
3. Гусарова Н.И., Муртазина С.А., Фазлытдинов М.Ф., Юмагулов М.Г. Операторные методы вычисления ляпуновских величин в задачах о локальных бифуркациях динамических систем: // Уфимский математический журнал, 10:1 (2018), 25-49.