ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНДАМЕНТАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ СРЕДНЕГО ИЗГИБА АНИЗОТРОПНОЙ ПЛАСТИНЫ

@ П.Г. Великанов, Д.М. Халитова
pvelikanov@mail.ru, diana98200093@gmail.com

УДК 531.39

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.62.

Развитие отраслей современного машиностроения ставит задачи расчета тонкостенных конструкций, сочетающих в себе легкость и экономичность с одной стороны и высокую прочность и надежность с другой. В связи с этим широкое использование анизотропных материалов и пластиков представляется оправданным. Задачи теории пластин и оболочек относятся к классу краевых задач, аналитическое решение которых в силу различных обстоятельств (нелинейность дифференциальных уравнений и др.) определить невозможно. Решить эту проблему помогают численные методы. Среди численных методов незаслуженно мало внимания уделено методу граничных элементов (МГЭ). В связи с этим дальнейшее развитие МГЭ для решения задач теории анизотропных пластин и оболочек, основанных на применении фундаментальных решений, является актуальным.

Ключевые слова: механика, математика, дифференциальные уравнения, фундаментальные решения.

Determination of the fundamental solution problem of an anisotropic plate average bending

The development of branches of modern mechanical engineering poses the task of calculating thin-walled structures that combine lightness and economy on the one hand and high strength and reliability on the other. In this regard, the widespread use of anisotropic materials and plastics seems justified. The problems of the theory of plates and shells belong to the class of boundary value problems, the analytical solution of which, due to various circumstances (the nonlinearity of differential equations, etc.), cannot be determined. Numerical methods help to solve this problem. Among the numerical methods, undeservedly little attention is paid to the boundary element method (BEM). In this regard, the further development of the BEM for solving problems of the theory of anisotropic plates and shells based on the application of fundamental solutions is relevant.

Великанов Петр Геннадьевич, к.ф.-м.н., доцент, КФУ (Казань, Россия); Petr Velikanov (Kazan Federal University, Kazan, Russia)

Халитова Диана Марселевна, магистрант, КФУ (Казань, Россия); Diana Khalitova (Kazan Federal University, Russia)

Keywords: mechanics, mathematics, differential equations, fundamental solutions.

Рассматриваются малые деформации тонкой линейно-упругой полой оболочки, деформирование которой описывается моделью, основанной на гипотезах Кирхгофа-Лява в рамках теории среднего изгиба [1].

При рассмотрении пластин и оболочек постоянной толщины получим систему нелинейных дифференциальных уравнений равновесия гибкой полой анизотропной оболочки, в которой были выделены слева линейные операторы задач о плоском напряженном состоянии и изгибе анизотропной пластины. Для решения поставленной задачи МГЭ необходимо предварительно определить компоненты матрицы фундаментального решения задачи о плоском напряженном состоянии и фундаментальное решение задачи изгиба анизотропной пластины.

Для того, чтобы свести задачу по поиску компонент матрицы фундаментального решения задачи о плоском напряженном состоянии анизотропной пластины к дифференциальному уравнению, подобному задаче изгиба анизотропной пластины, была использована методика, предложенная в [2]. Таким образом, определение матрицы фундаментального решения системы линейных дифференциальных уравнений данным методом предполагает:

- 1) Вычисление компонент ассоциированного дифференциального оператора по методике, аналогичной методике вычисления компонент обратной матрицы;
- 2) Решение уравнения, подобного уравнению задачи изгиба;
- 3) В соответствии с найденным ассоциированным дифференциальным оператором проведение всех необходимых вычислений производных функции скалярной функции.

Дифференциальные уравнения для двух отмеченных задач отличаются лишь коэффициентами в дифференциальных операторах, и их решение может быть найдено по аналогичной методике.

В процессе получения фундаментальных решений для задачи изгиба анизотропных пластин все авторы, следуя [3], считали, что корни характеристического уравнения задачи изгиба для реальных однородных анизотропных материалов являются комплексно сопряженными (первой или второй кратности). В общем случае, что особенно важно для поиска компонент матрицы фундаментального решения задачи о плоском напряженном состоянии анизотропной пластины, корни характеристического уравнения могут быть и действительными (первой или второй кратности) – этот вариант ранее в работах учтен не был.

Литература

1. Галимов К.З. Основы нелинейной теории тонких оболочек. — Казань:

Изд-во Казанского ун-та, 1975. — 326 с.

2. *Shanz M., Antes H.* A Boundary Integral Formulation for the Dynamic Behavior of a Timoshenko Beam// Electronic Journal of Boundary Elements. Vol. ВЕТЕQ 2001. No. 3. — С. 348-359.

3. *Лехницкий С.Г.* Анизотропные пластинки. — Москва: ОГИЗ-Гостехиздат, 1947. — 355 с.