ИССЛЕДОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ ФАЗОВЫХ ТРАЕКТОРИЙ ПЛОСКОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В БЕСКОНЕЧНОСТИ

© С.Р. Худайбердиева, Я. Мухтаров
fuss141597@gmail.com, ya-muxtarov@rambler.ru

УДК 517.518

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.44.

Исследуются фазовые траектории одной нелинейной системы дифференциальных уравнений. Найдены достаточные условия сосуществования изолированных особых точек системы в бесконечности.

Ключевые слова: нелинейная система, преобразование Пуанкаре, изолированные особые точки, седло, узел.

Investigation of the behavior of phase trajectories of a plane system of differential equations in infinity

The phase trajectories of one nonlinear system of differential equations are investigated. Sufficient conditions are found for the coexistence of isolated singular points of the system at infinity.

Keywords: nonlinear system, Poincare transform, isolated singular points, saddle, node.

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x(a_1x^m + b_1y^m + c_1), \\ \frac{dy}{dt} = y(a_2x^m + b_2y^m + c_2) \end{cases} \quad (1)$$

где $a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2$ постоянные и m – нечетное число ($m > 1$).

Для исследования бесконечно удаленных особых точек системы (1) применим преобразование Пуанкаре [1] :

$$x = \frac{1}{z}, y = \frac{\tau}{z}, \left(x = \frac{\mu}{z}, y = \frac{1}{z} \right)$$

получим систему которая имеет шесть диаметрально противоположно расположенных особых точек, угловые коэффициенты направлений которых будет

$$\tau_1 = 0, \tau_2 = \left(-\frac{a_2 - a_1}{b_2 - b_1} \right)^{\frac{1}{m}}, \tau_3 = \left(\frac{1}{\mu} = 0 \right) \text{ при } b_2 \neq b_1 \text{ и } a_2 \neq a_1$$

Худайбердиева Сабина Рахматовна, магистрант, СамГУ (Самарканд, Узбекистан); Sabina Khudayberdiyeva (Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan)

Мухтаров Яхъё, доцент, СамГУ (Самарканд, Узбекистан) ; Yakhyo Mukhtarov (Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan)

Имеет место

Теорема 1. *Все три изолированные бесконечно удаленные особые точки*

$$(z = 0, \tau_1 = 0), \left(z = 0, \tau_2 = \left(-\frac{a_2 - a_1}{b_2 - b_1} \right)^{\frac{1}{m}} \right), (z = 0, \tau_3 = \mu = 0)$$

системы (1) не могут быть седлами.

Теорема 2. *Если система (1) при $a_1 b_2 - b_1 a_2 \neq 0$ имеет три бесконечно удаленные особые точки, то реализуются следующие случаи их совместного сосуществования:*

1. три узла;
2. два узла, седло;
3. узел, два седла.

Если m — четное и $(a_2 - a_1)(b_2 - b_1) < 0$, то на экваторе существует четыре изолированные особые точки.

Теорема 3. *Если m — четное и $(a_2 - a_1)(b_2 - b_1) < 0$, то система (1) имеет на экваторе четыре изолированных особых точек, для которых реализуется следующие случаи:*

1. два седла, два узла;
2. три узла, одно седло.

Литература

1. Баутин Н.Н., Леонтович Е.А. Методы и приёмы качественного исследования динамических систем на плоскости. — Москва: Наука, 1990. — 488.
2. Шарипов Ш.Р., Мухтаров Я. Некоторые свойства траекторий полиномиальной обобщенно - однородной системы в целом. — Вопросы теории ОДУ. — Самарканд, 1984. — 66-73.