ОТ ВИХРЕЙ ГИНЗБУРГА–ЛАНДАУ К УРАВНЕНИЯМ ЗАЙБЕРГА–ВИТТЕНА

@ А.Г. Сергеев

sergeev@mi-ras.ru

УДК 517

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.34.

Вихри Гинзбурга–Ландау — это статические решения уравнений Гинзбурга–Ландау, возникающих в теории сверхпроводимости. Они напоминают гидродинамические вихри, чем и объясняется их название. Если включить в рассматриваемой модели время, то вихри начинают двигаться и могут сталкиваться. Например, два вихря, движущихся по прямой навстречу друг другу, рассеиваются под прямым углом. Для описания динамики вихрей можно воспользоваться т.н. адиабатическим пределом, устремляя скорость движения вихрей к нулю. Предельное поведение вихревых траекторий описывается геодезическими на пространстве вихрей в метрике, задаваемой кинетической энергией.

Оказывается у этой модели есть нетривиальный 4-мерный аналог, описываемый уравнениями Зайберга–Виттена. Это уравнения на 4-мерных римановых многообразиях, являющиеся предельным случаем суперсимметричной теории Янга–Миллса. Особый интерес представляет для нас симплектические многообразия, обладающие наряду с римановой метрикой еще и совместимой с ней почти комплексной структурой. Если ввести в уравнения Зайберга–Виттена масштабный параметр, то можно перейти в них к адиабатическому пределу, устремляя этот параметр к бесконечности. Предельные траектории описываются псевдоголоморфными кривыми, которые можно рассматривать как комплексные аналоги геодезических Гинзбурга–Ландау. Решения уравнений Гинзбурга–Ландау в адиабатическом пределе редуцируются к семействам вихрей Гинзбурга–Ландау в плоскостях, нормальных к предельной псевдоголоморфной кривой. Таким образом, уравнения Зайберга–Виттена можно рассматривать как комплексный аналог динамических уравнений Гинзбурга–Ландау, в котором роль "времени" играет параметр, пробегающий предельную псевдоголоморфную кривую.

Ключевые слова: вихри Гинзбурга–Ландау, уравнения Зайберга–Виттена

Keywords: Ginzburg - Landau vortices, Seiberg - Witten equations