УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА С ПРОИЗВОДНЫМ И ЕГО ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АНАЛОГ

@ Г.Н. Нугманова, Ж.М. Сагидуллаева, А.М. Канкенова

nugmanovagn@gmail.com, sagidullayeva.zh@gmail.com,

ayagoz.zhantakbayeva@yandex.ru

УДК 517.951, 517.957

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.26.

В данной работе изучается геометрическая эквивалентность между нелинейным уравнением Шредингера с производным и обобщенной моделью Гейзенберга на основе теории изоморфизма алгебры Ли.

Ключевые слова: Нелинейное уравнение Шредингера, модель Гейзенберга, алгебра Ли.

Derivative Schrodinger equation and its geometric counterpart

In this paper, we study the geometric equivalence between the derivative nonlinear Schrodinger equation and the generalized Heisenberg model based on the isomorphism of the Lie algebra.

Keywords: Nonlinear Schrodinger equation, Heisenberg model, Lie algebra

Рассматривается пространственная кривая, индуцированная нелинейным уравнением Шредингера с производным

$$iq_t - q_{xx} + i(q^2 q^*)x = 0 \quad (1)$$

с соответствующей парой Лакса

$$U = \lambda^2 \sigma_3 + \lambda Q \quad (2a)$$

$$V = \lambda^4 B_4 + \lambda^3 B_3 + \lambda^2 B_2 + \lambda B_1, \quad (2b)$$

где $B_4 = -2i\sigma_3$, $B_3 = -2iQ$, $B_2 = irq\sigma_3$, $B_1 = irqQ - i \begin{pmatrix} 0 & q_x \\ -r_x & 0 \end{pmatrix}$.

Теорема 1. Изоморфизм $su(2) \cong so(3)$ алгебры Ли для пары Лакса U, V

Работа выполнена при финансовой поддержке МОН РК (проект AP08857372).

Нугманова Гулгасыл Нукарбаевна, к.ф.-м.н., асс. профессор, ЕНУ (Нур-Султан, Казахстан); Gulgassyl Nugmanova (Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan)

Сагидуллаева Жанна Муратбековна, Международный центр теоретической физики им. Ратбая Мырзакулова (Нур-Султан, Казахстан); Zhanna Sagidullayeva (Ratbay Myrzakulov International centre of Theoretical Physics, Nur-Sultan, Kazakhstan)

Канкенова Аягоз Мелисовна, к.ф.-м.н., ЕНУ (Нур-Султан, Казахстан); Ayagoz Kankenova (Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan)

(2) порождает для $\mathbf{e}_3$ следующее уравнение

$$\mathbf{e}_{3t} + \mathbf{e}_3 \times \mathbf{e}_{3xx} - 4\lambda \mathbf{e}_{3x} = 0,$$

которое является обобщенной интегрируемой моделью Гейзенберга при $\lambda = 0$ и отождествлении $\mathbf{S} = \mathbf{e}_3$, в то же время, при $\kappa = 0, \sigma \neq 0, \tau \neq 0$ для двух остальных базисных векторов получаются новые интегрируемые уравнения вида

$$\mathbf{e}_{1t} = a_1 \mathbf{e}_1 \times \mathbf{e}_{1xx} + b_1 \mathbf{e}_{1x},$$

$$\mathbf{e}_{2t} = a_2 \mathbf{e}_2 \times \mathbf{e}_{2xx} + b_2 \mathbf{e}_{2x},$$

где

$$a_1 = -\frac{\tau^2 + \sigma^2}{2\sigma_x}, b_1 = \frac{\tau_x}{\sigma} - \frac{(\tau^2 + \sigma^2)\tau}{2\sigma_x}$$

и

$$a_2 = -\frac{\tau^2 + \sigma^2}{2\tau_x}, b_2 = -\frac{\sigma_x}{\tau} + \frac{(\tau^2 + \sigma^2)\sigma}{2\tau_x}.$$

Литература

1. *Inui T., Tanabe Y., Onodera Y.* Group Theory and Its Applications in Physics, Springer Series in Solid State Science, Tokyo, 1990.
2. *Tayshieva A.G., Nugmanova G.N., Myrzakul T.R.* On equivalence of one spin system and two-component Camassa-Holm equation // Ufa Mathematical Journal, **12**:2 (2020), 50-55.
3. *Weiqi Peng, Juncai Pu and Yong Chen.* PINN Deep Learning for the Chen-Lee-Liu Equation: Rogue Wave on the Periodic Background, arXiv: 2105.13027v1 [nlin.SI].