О ЗАДАЧЕ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ АГРЕГАЦИИ С ПЕРЕМЕННЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ НЕЛИНЕЙНОСТИ В ГИПЕРБОЛИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ

@ В.Ф. Вильданова

gilvenera@mail.ru

УДК 517.954

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.13.

В гиперболическом пространстве рассматривается задача Коши для уравнения агрегации с переменным показателем нелинейности. Неотрицательная начальная функция ограничена и суммируема. Доказаны существование и единственность слабого решения задачи.

Ключевые слова: уравнение агрегации с переменным показателем нелинейности, существование решения, единственность решения, гиперболическое пространство

On Cauchy problem for the aggregation equation with variable nonlinearity exponents in hyperbolic space

In hyperbolic space, we consider the Cauchy problem for the aggregation equation with variable nonlinearity exponents. Non-negative initial function limited and summable. The existence and uniqueness of a weak solution to the problem is proved.

Keywords: the aggregation equation with variable nonlinearity exponents, solution existence, uniqueness of solution, hyperbolic space

В слое $Q^T = \mathbb{H}^n \times [0, T)$, где $\mathbb{H}^n$ – гиперболическое пространство рассматривается задача Коши для уравнения агрегации

$$u_t = \operatorname{div}_g(|\nabla_g A(u)|_g^{p(x)-2} \nabla_g A(u) - u \mathcal{G}(u)), \quad (1)$$

с ограниченной начальной функцией $u_0 \in L_1(\mathbb{H}^n)$:

$$u(x, 0) = u_0, \quad u_0(x) \geq 0, \quad x \in \mathbb{H}^n. \quad (2).$$

Где $0 < p_- \leq p(x) \leq p^+$, $x \in \mathbb{H}^n$, $p_- = \inf_{x \in \mathbb{H}^n} p(x)$, $p^+ = \sup_{x \in \mathbb{H}^n} p(x)$. Здесь нижний индекс g у операторов div_g , ∇_g на многообразии $\mathbb{H}^n$ будет отличать их от соответствующих операторов в $\mathbb{R}^n$. Интегральный оператор

Вильданова Венера Фидарисовна, к.ф.-м.н., доцент, ИМВЦ УФИЦ РАН (Уфа, Россия); Venera Vil'danova (Institute of Mathematics with Computing Centre - Subdivision of the Ufa Federal Research Centre of the Russian Academy of Sciences, Ufa, Russia)

$\mathcal{G}(v)$, определяется формулой

$$\mathcal{G}(v) = \int_{\mathbb{H}^n} X(y)v(y)d\nu,$$

где $d\nu$ – элемент объема в $\mathbb{H}^n$.

Будем предполагать, что $A(u) \in C^1[0, \infty)$, $A(0) = 0$, и

$$A'(u) > 0, \quad u > 0. \quad (3)$$

Условия на ядро оператора $\mathcal{G}(v)$ следующие: $X(y) \in \chi^1(P)$, $P = \mathbb{H}^n \setminus \{y\}$, $y \in B_1$,

$$|d_x X_x(y)| + |X_x(y)| \leq C(|x|)(1 + |x - y|^{-\lambda}), \quad \lambda \in (0, n), \quad x, y \in B_1, \quad (4)$$

где $C(r)$ – неубывающая функция.

Целью работы является доказательство существования и единственности решения задачи Коши для уравнения агрегации (1), (2).

Теорема 1. Пусть $0 \leq u_0(x) \leq M_0$, $u_0 \in L_1(\mathbb{H}^n)$ и выполнены условия (3), (4). Тогда существует слабое решение задачи (1), (2) в цилиндре Q_r^T малой высоты T .

При некоторых более жестких ограничениях доказана единственность решения задачи (1), (2) в Q^T .

Литература

1. Punzo F. Well-posedness of the Cauchy problem for nonlinear parabolic equations with variable density in the hyperbolic space// Nonlinear Differential Equations and Applications. **19** (2011), 485–501.