ПРОСТРАНСТВЕННАЯ ЗАДАЧА ТРИКОМИ–НЕЙМАНА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА

@ А.Н. Кучкарова, Л.А. Кучкарова

УДК 517.95

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.20.

Построено решение краевой задачи

Ключевые слова: Ключевые слова: уравнение смешанного типа, краевая задача

The Tricomi - Neumann Spatial Problem for a Mixed Type Equation

The solution to the boundary value problem.

Keywords: mixed-type equation, boundary value problem

Рассмотрим уравнение

$$LW \equiv W_{xx} + \operatorname{sgn} y \cdot W_{yy} + W_{zz} = 0, \quad (1)$$

в области $G = D \times (0, \pi)$, где D – область плоскости R_{xy}^2 , ограниченной: 1) простой кривой Жордана Γ , лежащей в верхней полуплоскости $y > 0$ с концами в точках $A_1(-1, 0)$ и $A_2(1, 0)$; 2) характеристиками A_1C_1 ($x + y = -1$) и C_1O ($x - y = 0$), OC_2 ($x + y = 0$) и C_2A_2 ($x - y = 1$) уравнения (1) при $y < 0$, где $C_1 = (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$, $C_2 = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$, $O = (0, 0)$.

Обозначим $D_0 = D \cap \{y > 0\}$, $D_1 = D \cap \{x < 0, y < 0\}$, $D_2 = D \cap \{x > 0, y < 0\}$, $S = \{x^2 + y^2 = 1, y > 0, z \in [0, \pi]\}$; $G_0 = G \cap \{y > 0\}$; $G_1 = G \cap \{x > 0, y < 0\}$; $G_2 = G \cap \{x < 0, y < 0\}$.

Поставим следующую задачу Трикоми–Неймана.

Задача Т. Найти функцию $W(x, y, z)$, удовлетворяющую условиям:

$$W(x, y, z) \in C(\bar{G}) \cap C^1(G) \cap C^2(G_0 \cup G_1 \cup G_2),$$

$$LW(x, y, z) \equiv 0, \quad (x, y, z) \in G_0 \cup G_1 \cup G_2,$$

$$\left. \frac{\partial W(x, y, z)}{\partial n} \right|_S = \left. \frac{\partial V(r, \varphi, z)}{\partial r} \right|_{r=1} = F(\varphi, z), \quad \varphi \in [0, \pi/2], \quad z \in [0, \pi],$$

$$W(x, y, z) \Big|_{y=x} = 0, \quad x \in \left[-\frac{1}{2}, 0\right], \quad z \in [0, \pi],$$

Кучкарова Айгуль Наилевна, к.ф.-м.н., доцент, БашГУ (Уфа, Россия); Aigul Kuchkarova (Bashkir State University, Ufa, Russia)

Кучкарова Лейсан Азаматовна, студент, БашГУ (Уфа, Россия); Leisan Kuchkarova (Bashkir State University, Ufa, Russia)

$$W(x, y, z) \Big|_{y=-x} = 0, \quad x \in \left[0, \frac{1}{2}\right], \quad z \in [0, \pi],$$

$$W(x, y, z) \Big|_{z=0} = W(x, y, z) \Big|_{z=\pi} = 0,$$

где F – заданная достаточно гладкая функция.

Построено решение задачи Трикоми–Неймана в виде ряда.

Отметим, что в работе [1] построено решение задачи Геллерстедта для уравнения (1)

Литература

1. Сабитов К.Б., Кучкарова А.Н. Спектральные свойства решения задачи Геллерстедта для уравнений смешанного типа и их применения // Сибирский математический журнал. 2001. Т. 42. № 5. С.1147-1161.