О СУЩЕСТВОВАНИИ ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОДНОГО НЕЛИНЕЙНОГО ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА

@ Г.Э. Абдурагимов

gusen_e@mail.ru

УДК 517.927

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.1.

Рассматривается двухточечная краевая задача для одного нелинейного функционально-дифференциального уравнения второго порядка. С помощью специальных топологических средств получены достаточные условия, обеспечивающие существование по крайней мере одного положительного решения исследуемой задачи.

Ключевые слова: положительное решение, краевая задача, конус.

On the existence of a positive solution to a boundary value problem for one nonlinear functional - differential equation of the second order

A two-point boundary value problem for one nonlinear functional differential equation of the second order is considered. With the help of special topological means sufficient conditions are obtained to ensure the existence at least one positive solution to the problem under study.

Keywords: positive solution, boundary value, cone.

Рассмотрим краевую задачу

$$x''(t) + f(t, (Tx)(t)) = 0, \quad 0 < t < 1, \quad (1)$$

$$x(0) = 0, \quad x(1) = \int_0^1 a(s)x(s) ds, \quad (2)$$

где $a(t)$ — неотрицательная не возрастающая и суммируемая на $[0, 1]$ функция, причем $a(0) = 0$, $T: C \rightarrow \mathbb{L}_p$ ($1 < p < \infty$) — линейный положительный непрерывный оператор, функция $f(t, u)$ неотрицательна, возрастает по второму аргументу, удовлетворяет условию Каратеодори и $f(\cdot, 0) \equiv 0$.

Обозначим через $\tilde{K}$ конус неотрицательных функций $x(t)$ пространства C , удовлетворяющих условию

$$x(t) \geq \|x\|_C \cdot \varphi(t),$$

Абдурагимов Гусен Эльдерханович, к.ф.-м.н., доцент, ДГУ (Махачкала, Россия);
Gusen Abduragimov (Dagestan State University of Makhachkala, Russia)

где $\varphi(t) = \min(t, 1 - t)$.

Теорема. *Предположим, что $T: C \rightarrow \mathbb{L}_p$ — положительный на конусе $[1, c.59]$ $\tilde{K}$ оператор и выполнены условия*

- (2) $\psi(u) \leq f(t, u) \leq bu, \quad t \in [0, 1], \quad u \geq 0$, где $b > 0$, $\psi(u)$ — такая неотрицательная неубывающая функция, что $\lim_{u \rightarrow \infty} \frac{\psi(u)}{u} = \infty$;
- (1) $b\gamma < 1$, где γ — норма оператора $T: C \rightarrow \mathbb{L}_p$.

Тогда краевая задача (1)–(2) имеет по меньшей мере одно положительное решение.

Литература

1. Красносельский М.А. Положительные решения операторных уравнений. — Физматгиз, М., 1962