ОБ ОДНОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ОБОБЩЕННОЙ СИСТЕМЫ КОШИ-РИМАНА С СИНГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

@ Б. Шарипов, Э.Х. Джумаев

boboali.sharipov@mail.ru, eraj59_59@mail.ru

УДК 517.956

DOI: 10.33184/mnkuomsh2t-2021-10-06.46.

В настоящем сообщении рассматривается одна нелинейная обобщённая система Коши-Римана с сингулярными точками. В случае тождественного выполнения условий совместности получены многообразия решений этой системы непрерывной во всей области исследования.

Ключевые слова: переопределённая система дифференциальных уравнений, условия совместности, тождественное выполнение, многообразия решений системы, сингулярные точки.

On one nonlinear generalized system Coshi-Riemana with singular coefficients

In this post, we consider one nonlinear generalized Cauchy-Riemann system with singular points. In the case of identical fulfillment of the compatibility conditions, the manifolds of solutions of this system are obtained, which are continuous in the entire field of study.

Keywords: overdetermined system of differential equations, compatibility conditions, identical fulfillment, manifolds of solutions to the system, singular points.

Рассмотрим переопределённую обобщённую систему Коши-Римана (п.о.с. К.-Р.) вида

$$\begin{cases} \frac{\partial W}{\partial \bar{z}_1} = f(z_1, \bar{z}_1, z_2, \bar{z}_2, z_3, \bar{z}_3; W), \\ \frac{\partial W}{\partial \bar{z}_1} = \frac{g(z_1, \bar{z}_1, z_2, \bar{z}_2, z_3, \bar{z}_3; W)}{\bar{z}_1}, \\ \frac{\partial W}{\partial \bar{z}_3} = \frac{h(z_1, \bar{z}_1, z_2, \bar{z}_2, z_3, \bar{z}_3; W)}{\bar{z}_2}, \end{cases} \quad (1)$$

где $f, g, h \in RA(\bar{\Pi}_3)$, $W \in RA(\Pi_4^{(0)})$, f, g, h - вещественно-аналитические функции по переменной W .

Шарипов Бобоали, к.ф.-м.н., доцент, ТГУЭФ (Душанбе, Таджикистан); Boboali Sharipov (Tajik State Financial and Economical University, Dushanbe, Tajikistan)

Джумаев Эраж Хакназарович, к.ф.-м.н., доцент, Филиал МГУ им. М.В. Ломоносова в г. Душанбе (Душанбе, Таджикистан); Jumaev Eraj Khaknazarovich (Iomonosov Moscow State University in Dushanbe, Dushanbe, Tajikistan)

Система (1) рассматривается в бицилиндре $\bar{\Pi}_3 = \{z_k : |\bar{z}_k| \leq a_k, k = 1, 2, 3\}$, а $\Pi_4^{(0)}$ является полицилиндром не содержащим особые точки области $\bar{z}_k = 0$, т.е. $\bar{\Pi}_4 = \{z_k : |\bar{z}_k| < a_k, |W| < b, (k = 1, 2, 3)\}$.

Для существования непрерывного решения системы (1), аналогично [1 – 2], требуется ограниченность производных неизвестной функции W по переменным $\bar{z}_2, \bar{z}_3$ и выполнение условий

$$\lim_{\bar{z}_1 \rightarrow 0} (\bar{z}_1 \cdot \frac{\partial W}{\partial \bar{z}_2}) = 0, \lim_{\bar{z}_2 \rightarrow 0} (\bar{z}_2 \cdot \frac{\partial W}{\partial \bar{z}_3}) = 0, \quad (2)$$

При выполнении условий (2) имеем

$$W = h_1(z_2, \bar{z}_2, z_3, \bar{z}_3), W = h_2(z_1, \bar{z}_1, z_3, \bar{z}_3).$$

Возможно, эти найденные функций будут либо частными, либо особыми решениями данной системы.

Следуя результатов работ [2 – 3] можно доказать, что при тождественном выполнении условий совместности системы (1) многообразия решений этой системы можно представить в виде

$$W = F[z, \bar{z}; V(z, \bar{z}_3; \Phi(z))], z = (z_1, z_2, z_3). \quad (3)$$

Теорема. Пусть в п.о.с. К.-Р. (1) $f, g \in RA(\bar{\Pi}_3)$ $W \in RA(\Pi_4^{(0)})$, f, g - аналитические по переменной W . Если для этой системы имеют места условия (2), а также условия совместности системы выполняются, но не тождественно, то находятся некоторые частные, либо особые решения системы (1). В случае, когда условия совместности системы (1) выполняются тождественно, тогда система (1) разрешима и многообразия её решений определяется формулой (3), непрерывной всюду в области $\bar{\Pi}_3$, возможно многозначной на данном бицилиндре.

Полученные результаты обобщены для некоторых более общих подобных п.о.с. К.-Р.

Литература

1. Михайлов Л.Г. Некоторые переопределённые системы уравнений в частных производных с двумя неизвестными функциями. Душанбе, 1986, -116 с.
2. Шарипов Б. Явные формулы представления решений некоторых квазилинейных систем Коши-Римана с двумя комплексными переменными // Докл. АН Тадж. ССР, **28:1**(1985), 16-20.
3. Шарипов Б., Джумаев Э.Х. Представление решений одного класса переопределённой обобщённой системы Коши-Римана с сингулярными точками // Матер. межд. науч. конф. “Современные проблемы математики и её приложений”. – Душанбе: Филиал МГУ имени М.В. Ломоносова в г. Душанбе, 2018, 121-124.